

**Fysiikan mittausmenetelmät I**  
**syksy 2017**  
**Malliratkaisut 3**

1. a) Piiri sisältää vain resistiivisiä komponentteja, joten jännitteenjaon tulos on riippumaton taajuudesta eikä vaihesiirtoa synny.

$$u_o = u_i \times \frac{180 \Omega}{75 \Omega + 180 \Omega} = 8.5 V$$

b) Ulostulo- ja sisäänmenojännitteiden suhde on jännitteenjaon perusteella

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{-\frac{j}{\omega C}}{R - \frac{j}{\omega C}} = \frac{1 - j\omega RC}{(\omega RC)^2 + 1}$$

Imaginaariyksikkö saatiin pois nimittäjästä laventamalla lauseketta nimittäjän kompleksikonjugaatilla.

Taajuuden mukaan muuttuva jännitevahvistus on

$$A_V(\omega) = \left| \frac{u_o}{u_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

ja ulostulojännitteen vaihe on

$$\varphi(\omega) = \arctan(-\omega RC)$$

Sijoittamalla lukuarvot saadaan

$$u_o \approx 2,22 V \text{ ja } \varphi \approx -79,3^\circ$$

c) Jännitteenjaon perusteella:

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{(\omega L)^2 + j\omega RL}{R^2 + (\omega L)^2}$$

Vahvistus:

$$A_V(\omega) = \left| \frac{u_o}{u_i} \right| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

Vaihe:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{R}{\omega L}\right)$$

Sijoittamalla lukuarvot saadaan

$$u_o \approx 2,77 \text{ V ja } \varphi \approx 76,7^\circ$$

d) Jännitteenjaon perusteella:

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{j\omega L - \frac{j}{\omega C}}{R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}} = \frac{j(\omega^2 LC - 1)}{\omega RC + j(\omega^2 LC - 1)}$$

Vahvistus:

$$A_V(\omega) = \left| \frac{u_o}{u_i} \right| = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

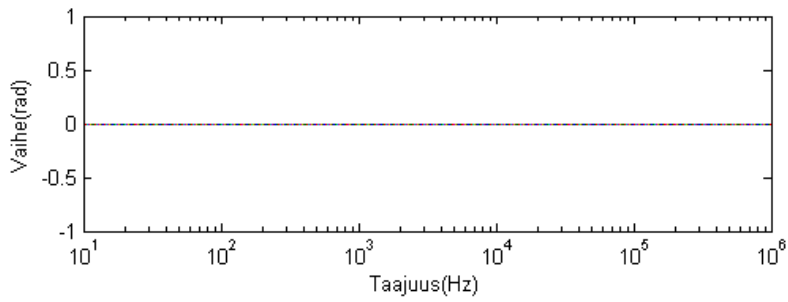
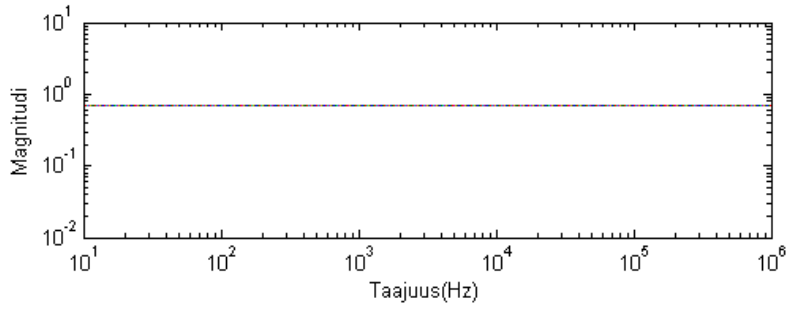
Vaihe:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right)$$

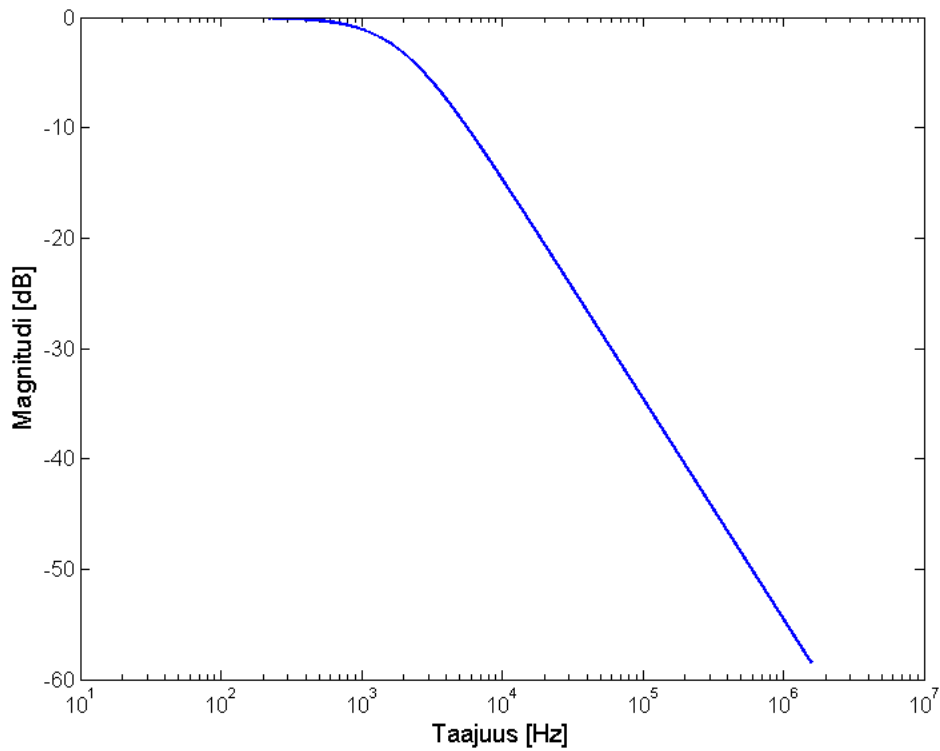
Sijoittamalla lukuarvot saadaan

$$u_o \approx 0,59 \text{ V ja } \varphi \approx 87,2^\circ$$

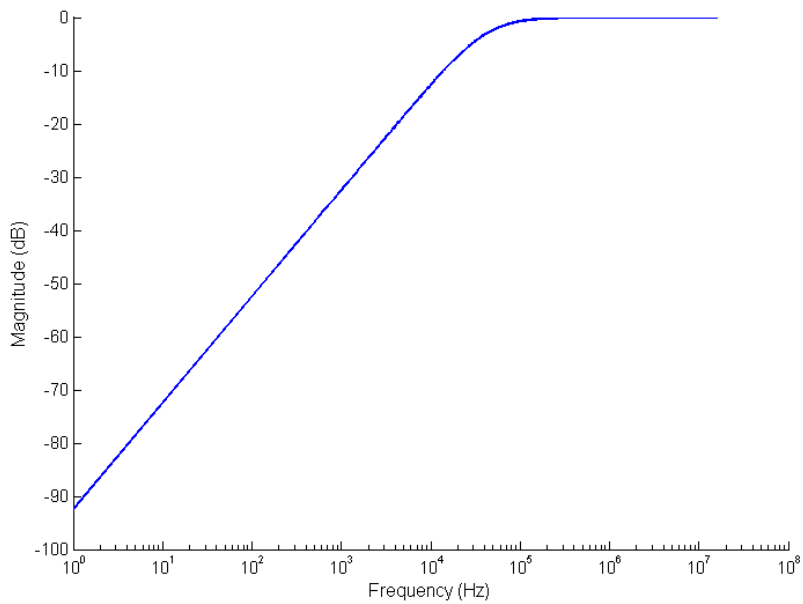
**2. a)** Kytkentä toimii jännitteenjakona, ja koska ideaalisilla vastuksilla ei ole taajuusriippuvuutta vaihe- ja jännitevaste ovat suoria. Eli kytkennällä ei ole estokaistaa.



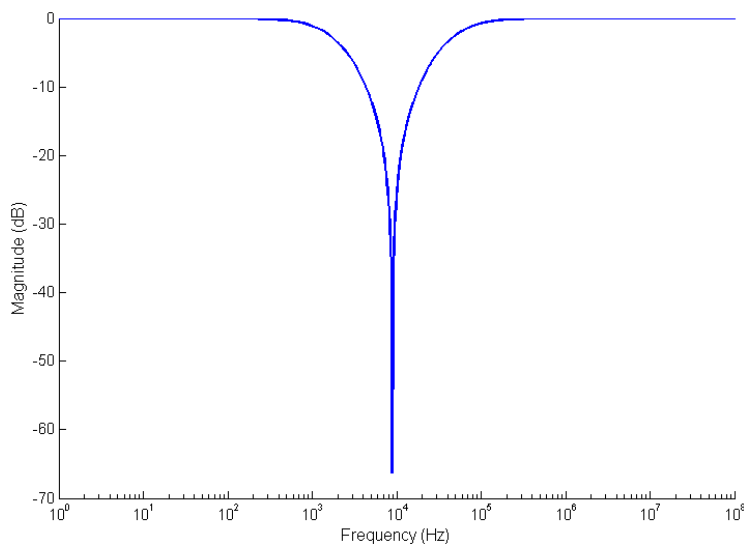
**b)** KytKentä on alipäästösuodin, jonka rajataajuus on  $\sim 1,88$  kHz. Estokaistan jyrkkyyden voi lukea kuvasta:  $\sim -20$ db/dekadi (voi myös laskea analyttisesti tarkastelemalla amplitudin lauseketta rajalla  $f \rightarrow \infty$ ).



**c)** KytKentä on ylipäästösuodin, jonka rajataajuus on  $\sim 42,2$  kHz. Estokaistan jyrkkyys:  $\sim 20$ db/dekadi



**d)** KytKentä on kaistanestosuodin(notch filter), jonka estokaista on välillä ~ 1,8 kHz - 44,1 kHz. Estokaistan jyrkkyys vaihtelee taajuudesta riippuen.



**3. a)** Kohinan maksimiarvo on laskettava jännitesignaalin alarajan mukaan. Signaali-kohina suhde jännitesignaaleille määritellään

$$S/N = 20 \cdot \log(V_s/V_n)$$

$$\Rightarrow V_n = V_s / 10^{(S/N)/20}$$

$$= 0,56 \text{ mV.}$$

**b)** LSB:tä (Least Significant Bit) vastaava jänniteaskel on

$$\frac{\Delta V}{2^8 - 1} = \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2^8 - 1} \approx 39.2 \text{ mV}$$

Epätarkkuus on siis noin 78,4 mV eli kyseisen A/D-muuntimen käyttö ei ole hyödyksi. Samalla muunnostarkkuudella riittävän pieni epätarkkuus saavutettaisiin kymmenellä bitillä.

**4. a)** Läpikuulumisella tarkoitetaan epätoivottua signaalin kytkeytymistä kapasitiivisesti, induktiivisesti tai sähkömagneettisesti (säteillen) piirin osien välillä.

**b)** Johnsonin kohina johtuu varauksenkuljettajien (useimmiten elektronit) lämpöliikkeestä, joka aiheuttaa jännitekohinaa sähköisissä mittalaitteissa. Lämpökohina on ns. valkoista kohinaa, eli sillä on tasainen tehospektri.

Kohinajännitteen tehollinen arvo on:

$V_n = \sqrt{4k_B TR\Delta f}$ , missä  $k_B$  on Boltzmannin vakio,  $T$  lämpötila,  $R$  resistanssi ja  $\Delta f$  taajuuskaista. Kohinaa voi siis vähentää kolmea viimeksi mainittua muuttujaa pienentämällä.

Sijoittamalla lukuarvot Johnsonin kohinaksi saadaan noin  $V_n = 12,7 \mu V$

**c)** Rinnan kytkeytyvän kapasitiivisen häiriön suuruus saadaan laskemalla RC-jännitejaosta tai approksimoidaan suoraan kaavalla:

$$|V| = 2\pi \cdot f \cdot R_s \cdot C \cdot U \approx 0,31 \text{ mV.}$$

Jännitteenjakona

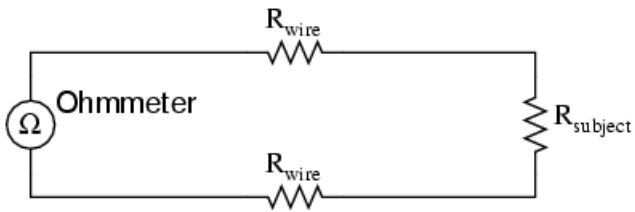
$$u_o = u_i \frac{R}{R - \left(\frac{j}{\omega C}\right)} = \frac{(\omega RC)^2 + j\omega RC}{(\omega RC)^2 + 1}.$$

Josta signaalin amplitudi on itseisarvo

$$|u_o| = |u_i| \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \approx 0,31 \text{ mV}$$

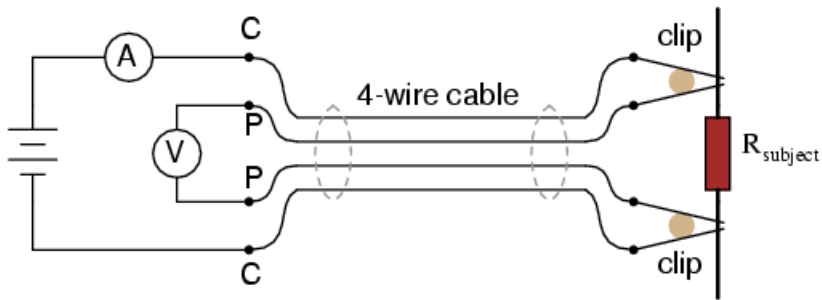
**5.** Mitattaessa hyvin pieniä vastusarvoja ( $m\Omega$ - tai  $\mu\Omega$ -luokkaa) ei normaalia kaksipistemittausta voida käyttää, koska mittarin mittauspäiden oma resistanssi vaikuttaa merkittävästi mittaustuloksiin. Nelipistemittauksella saadaan mittauspäiden oman resistanssin vaikutus mittaustuloksiin poistettua. Nelipistemittauksen periaate on seuraava:

- Mitattava komponentti, mittapäät (C), virtalähde ja -mittari muodostavat virtapiirin jossa kulkee mitattava vakiovirta (jännitemittarilla on suuri sisäänmenoimpedanssi eikä sitä tarvitse huomioida).
- Kahdella mittapäällä (P) mitataan samalla jännite komponentin yli.
- Mittari laskee mitattavan komponentin resistanssin mitattujen virta- ja jännitearvojen avulla.



*Ohmmeter indicates  $R_{wire} + R_{subject} + R_{wire}$*

Kuva 1. Kaksipistemittaus



$$R_{subject} = \frac{\text{Voltmeter indication}}{\text{Ammeter indication}}$$

Kuva 2. Nelipistemittaus.

Mittaustapaa käytetään pienien vastusten mittaamiseen sekä ohuiden metallikalvojen ja puolijohdekomponenttien vastusarvojen mittauksissa komponenttien laadunvalvonnassa.