

Fysiikan mittausten menetelmät I
syksy 2016
Malliratkaisut 1

1. a) μ kaavassa on oikea keskiarvo jakaumalle josta otos on otettu, jos sen tietää niin käyttää kaavaa i). Jollei sitä tiedä joutuu käyttämään otoksen keskiarvoa \bar{x} ja kaavaa ii).

Nimittäjän $N-1$ kaavassa ii) johtuu siitä että keskiarvon \bar{x} laskeminen datasta vähentää keskihajonnan vapausasteita yhdellä. Eli kun keskihajonnan laskemiseen käytetään x_n toisistaan riippumatonta mittapistettä, vapausasteita on N (eli yhtä monta kuin mittapistettä) koska kaikki x_n -arvot ovat vapaita muuttumaan toisistaan riippumatta. Jos keskiarvo \bar{x} pitää laskea datasta, keskihajonnan lasku on sidottu ei pelkästään mittapisteesiin, vaan myös laskettuun keskiarvoon, eli vapausasteet ovat vähentyneet yhdellä, eli niitä on $N-1$. Maalaiskielellä voisi sanoa että keskiarvon \bar{x} laskeminen datasta poistaa yhtä paljon tietoa järjestelmän jakaumasta kuin yhden mittapisteen puuttuminen, jolloin sitä kompensoidaan näin. $N-1$ korjaus on nimeltään Besselin korjaus.

$$\text{i) } \sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (x_n - \mu)^2} \quad \text{ii) } \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (x_n - \bar{x})^2}$$

b) Kaavalla i) ja asetuksella $\mu = 0$ saa $\sigma = 0.6476$. Laskemalla $\bar{x} = 0.2159$ ja käyttämällä kaavaa ii) saa $s = 0.6436$. Luvut ovat näinkin pienellä otoksella melko lähellä toisiaan.

2. Määrä heittoja, jotka antavat kuutosen tulokseksi on binomijakautunut, $n = 300$, $p = 1/6$. Odotusarvo $\mu = np = 50$, eli poikkeama odotusarvosta on 10. Binomijakaumalle hajonta $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = 6.45$, joten $2\sigma = 12.9$. Poikkeama siis ei ole 95% todennäköisyysvälin ulkopuolella, joten kyseinen tulos ei itsessään anna positiivista todistetta nopan virheellisyydestä.

3. a) Jännitevahvistus desibeleissä: $G_{dB} = 20 \log_{10}(A_o/A_I)$

3 dB:lle saadaan $3 = 20 \log_{10}(A_o/A_I) \rightarrow A_o/A_I = 10^{(3/20)} = 1.4123$.

Ulostulojännite on $50 \text{ mV} \times 1.4123 = 70.63 \text{ mV}$.

Samalla tavalla saadaan n. 100 mV 6 dB:lle, 158 mV 10 dB:lle ja 500 mV 20 dB:lle

b) Tehon suhteellinen muutos:

$$G_{dB} = 10 \log\left(\frac{P_o}{P_I}\right) = 10 \log\left(\frac{\left(\frac{2U}{R}\right)^2}{\left(\frac{U}{R}\right)^2}\right) = 10 \log(2^2) = 20 \log(2) \approx 6.02 \text{ (dB)}$$

Eli jännitteen kaksinkertaistaminen nelinkertaistaa tehon olettaen, että kuorma säilyy muuttumattomana.

c) Jännitteelle $G_{dB} = 20 \log_{10}(A_o/A_I)$. Suora sijoitus A_o/A_I :aan antaa vahvistukseksi n. -20 dB, -26 dB, -34 dB ja -40 dB eli vaimennukset ovat 20 dB, 26 dB, 34 dB ja 40 dB.

4. a) Esim. lämpökylvyn lämpötilan mittaus termoparilla kun ympäristössä on paljon sähköistä kohinaa.

b) Yllä oleva mittaus ilman ympäristön kohinaa mutta siten, että mittapää on jossain muualla kuin lämpökylvyssä (esim. säiliön reunassa kiinni).

5. a) Useimmat satunnaisvirheet ja luonnolliset muuttujat (esim. suomalaisten aikuisten miesten pituusjakauma), seurausta keskeisestä raja-arvolauseesta.

b) Kaikki tilanteet joissa on n identtistä tapahtumaa joilla kaikilla on todennäköisyys p antaa tulos josta ollaan kiinnostuneita, esim. kruunujen määrä lanttia heittäessä tai määrä yksiköitä tiettyä tuotetta jotka läpäisevät laadunvalvonnan. Tapahtumien täytyy olla toisistaan riippumattomia.

c) Raja-arvo b):lle kun n menee kohti ääretöntä ja p kohti nollaa, esim. lukumäärä uraani-238-ytimiä jotka hajoavat päivässä, tai määrä autoja jotka ohittavat valitun kontrollipisteen maantiellä tunnin aikana.

d) Poisson-prosessin insidenssien välinen aika. Esimerkiksi aika, joka kuluu mittauksen aloittamisesta radioaktiivisen hiukkasen hajoamiseen. Ei muistiominaisuutta.