# Analogiaelektroniikka 2012

Harjoitus 4, Esimerkkiratkaisut

**1.**

Määritetään siirtofunktiosta Q-arvot:

$$T(s) = \frac{k_1}{s^2+2.5s+1.2}\frac{k_2}{s^2+3s+1.5}\frac{k_3}{s^2+5s+2}$$

$$Q_1 = \frac{Q_1}{\omega_{0,1}}\omega_{0,1} = \left(\frac{\omega_{0,1}}{Q_1}\right)^{-1}\sqrt{{\omega_{0,1}}^2} = \frac{\sqrt{1.2}}{2.5} \approx 0.4382$$

$$Q_2 = \frac{\sqrt{1.5}}{3} \approx 0.4082$$

$$Q_3 = \frac{\sqrt{2}}{5} \approx 0.2828$$

Asetetaan toisen asteen suotimet järjestykseen Q-arvojen mukaan: $Q_3 < Q_2 < Q_1$.

$$T(s) = \frac{k_1}{s^2+5s+2}\frac{k_2}{s^2+3s+1.5}\frac{k_3}{s^2+2.5s+1.2}$$

Kokonaisvahvistus on $KM_3 = 10^{\frac{9}{20}} \approx 2.8184$. Määritetään $M_i$-kertoimet ja näiden avulla $k_i$-kertoimet:

$$M_1 = \max\left(\frac{1}{s^2+2.5s+1.2}\right) = \frac{1}{1.2} = \frac{5}{6}$$

$$M_2 = \max\left(\frac{1}{s^2+3s+1.5}\frac{1}{s^2+2.5s+1.2}\right) = \frac{2}{3}\frac{5}{6} = \frac{5}{9}$$

$$M_3 = \max\left(\frac{k_3}{s^2+5s+2}\frac{k_2}{s^2+3s+1.5}\frac{k_1}{s^2+2.5s+1.2}\right) = \frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{5}{6} = \frac{5}{18}$$

$$K = \frac{10^{\frac{9}{20}}}{M_3} = \frac{18}{5}10^{\frac{9}{20}} \approx 10.1462$$

$$k_1 = K\frac{M_3}{M_1} = K\frac{5}{18}\frac{6}{5} = \frac{K}{3} = 3.3821$$

$$k_2 = \frac{M_1}{M_2} = \frac{5}{6}\frac{9}{5} = \frac{3}{2}$$

$$k_3 = \frac{M_2}{M_3} = \frac{5}{9}\frac{18}{5} = 2$$

Optimoitu siirtofunktio on:

$$T(s) = \frac{3.3821}{s^2 + 5s + 2} \frac{\frac{3}{2}}{s^2 + 3s + 1.5} \frac{2}{s^2 + 2.5s + 1.2}$$

**2.**

Kaikki navat sijaitsevat s-avaruudessa ympyrä kaarella, jonka säde on $\omega_0$ tai normitetussa s-avaruudessa 1. Navat ovat jakautuneet tasaisesti negatiiviselle puoli avaruudelle joten niiden välinen kulma on $\frac{180°}{9} = 20°$, mistä saadaan $\psi = 0°, \pm 20°, \pm 40°, \pm 60°, \pm 80°$. Koordinaatit saadaan:

$$s_{p1} = -1,$$

$$s_{p2,p3} = -\cos(20°) \pm isin(20°),$$

$$s_{p4,p5} = -\cos(40°) \pm isin(40°),$$

$$s_{p6,p7} = -\cos(60°) \pm isin(60°),$$

$$s_{p8,p9} = -\cos(80°) \pm isin(80°).$$

Q-arvot saadaan kirjan kaavalla 6.31, $Q = \frac{1}{2\cos\psi}$: $Q_1 = 0.5, Q_{2,3} = 0.53, Q_{4,5} = 0.65, Q_{6,7} = 1, Q_{8,9} = 2.88$.

**3.**

Butterworth-suotimelle:

$$n = \left\lceil \frac{log\left[\frac{10^{0.1\alpha_{min}} - 1}{10^{0.1\alpha_{max}} - 1}\right]}{2\log(\omega_s)} \right\rceil = \lceil 8.16 \rceil = 9.$$

Ja Chebyshev-suotimelle:

$$n = \left\lceil \frac{arcosh\left(\sqrt{\frac{10^{0.1\alpha_{min}} - 1}{10^{0.1\alpha_{max}} - 1}}\right)}{arcosh\,(\omega_s)} \right\rceil = \lceil 4.82 \rceil = 5.$$

**4.**

Seurataan kirjan esimerkkiä 6.2, ja lasketaan ensin suotimen asteluku n:

$\omega_s = \frac{f_s}{f_p} = 2.5$, $\alpha_{min} = 25\ dB$, $\alpha_{max} = 1\ dB$,

$$n = \left\lceil \frac{log\left[\frac{10^{0.1\cdot 25} - 1}{10^{0.1\cdot 1} - 1}\right]}{2\log(2.5)} \right\rceil = \lceil 3.8768 \rceil = 4.$$

Tarvitaan siis neljännen asteen Butterworth suodin, jolloin $\psi = \pm\frac{90°}{4} = 22.5°, \pm 22.5° \pm 45° = 67.5°$.
Jolloin Q-arvot ovat:

$$Q_1 = \frac{1}{2\cos 22.5°} = 0.5412$$

$$Q_2 = \frac{1}{2\cos 67.5°} = 1.3066$$

Suodin voidaan toteuttaa kahdella toisen asteen suotimella. Tällöin siirtofunktio voidaan kirjoittaa muodossa:

$$T(s) = \frac{k_1}{s^2 + \frac{1}{Q_1}s + 1}\frac{k_2}{s^2 + \frac{1}{Q_2}s + 1}$$

Tässä s on taajuusnormitetussa avaruudessa, $s = \frac{s}{\omega_B}$. Butterworth suotimelle normitus tekijä voidaan laskea kirjan kaavan 6.47 mukaan: $\omega_B = \varepsilon^{\frac{-1}{n}}\omega_p \approx 149\ k\frac{rad}{s}$, missä $\varepsilon = \sqrt{10^{0.1\alpha_{max}} - 1} \approx 0.51$. Tai vastaavasti taajuudessa: $f_B = \varepsilon^{\frac{-1}{n}} f_p \approx 23.7\ kHz$. DC-vahvistuksen tuli olla 0dB, joten tällöin $k_1 = k_2 = 1$. Selkeyden vuoksi tässä vaiheessa kannattaa siirtyä normittamattomaan s-avaruuteen, jolloin $\omega_0 = \omega_b$. Suodin voidaan toteuttaa esimerkiksi kahdella Sallen-Key kytkennällä, kirjan sivu 162. Yksinkertaisuuden vuoksi valitaan että Sallen-Key kytkennän kapasitanssit ovat samoja, ja pidetään myös admittanssit samoina. Ensimmäisen osan siirtofunktio on:

$$T_1(s) = \frac{a_1 K_1 \omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} = \frac{\omega_b^2}{s^2 + s\frac{\omega_b}{Q_1} + \omega_b^2},$$

missä $\omega_0 = \frac{1}{R_1 C_1}$, $K_1 = 3 - \frac{1}{Q_1} = 1 + \frac{R_{B1}}{R_{A1}}$, $a_1 K_1 = 1 \rightarrow a_1 = \frac{1}{K_1}$.

Valitsemalla $C_1 = 1\ nF$ ja $R_{A1} = 10\ k\Omega$ saadaan: $R_1 = \frac{1}{\omega_0 C_1} = 6.72\ \mathrm{k\Omega}$, ja $R_B = \left(2 - \frac{1}{Q_1}\right) R_{B1} = 1.52\ k\Omega$, $K_1 \approx 1.1522$, $a_1 \approx 0.8679$, $a_1 R_1 = 5.83\ \mathrm{k\Omega}$ ja $(1 - a_1)R_1 = 888\ \Omega$.

Toiselle Sallen-key suotimelle saadaan vastaavasti:

$$T_2(s) = \frac{a_2 K_2 \omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} = \frac{\omega_b^2}{s^2 + s\frac{\omega_b}{Q_2} + \omega_b^2}.$$

Valitsemalla edelleen $C_2 = 1\ nF$ ja $R_{A2} = 10\ k\Omega$ saadaan: $R_2 = \frac{1}{\omega_0 C_2} = 6.72\ \mathrm{k\Omega}$, ja $R_B = \left(2 - \frac{1}{Q_2}\right) R_{B2} = 12.3\ k\Omega$, $K_2 \approx 2.2346$, $a_2 \approx 0.4475$, $a_1 R_1 = 3.01\ \mathrm{k\Omega}$ ja $(1 - a_1)R_1 = 3.71\ \Omega$.

Alla on esitetty suotimen kytkentä ja simuloitu taajuusvaste.