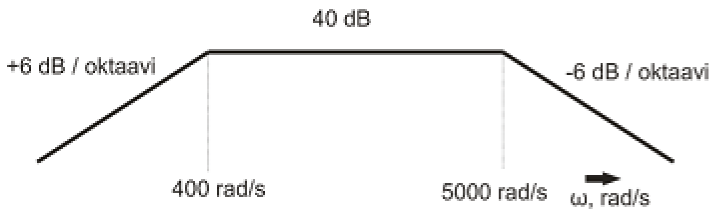
Analogiaelektroniikka 2012

Harjoitus 3, Esimerkkiratkaisut

1.



Kuvasta nähdään että navat sijaitsevat kohdissa -400 Rad/s ja -5000 Rad/s, koska nämä pisteet ovat kaistanpäästösuotimen -3dB pisteet.

Vaimennus 6dB/oktaavi vastaa vaimennusta 20dB/dekadi. Koska päästö kaista on suuruudeltaan 40dB ja lähtötaso 0 taajuudella on 0dB, niin voidaan laskea että amplitudin täytyy lähteä kasvamaan kulmataajuudesta (400 Rad/s)/100 = 4 Rad/s. Eli siis kaksi dekadia alempaa kuin alempi -3dB piste. Tämä on siirtofunktion nollakohta. Vastaavasti toinen nollakohta voidaan sijoittaa kaksi dekadia korkeammalle kuin ylempi -3dB piste, eli pisteeseen 500 000 Rad/s.

Näin siirtofunktiosta saadaan:

$$T(s) = \frac{s+4}{s+400}\frac{s+500000}{s+5000}$$

Eli suodin on yli- ja alipäästösuotimen yhdistelmä, jotka kumpikin ovat ensimmäistä astetta.

Suodin voidaan toteuttaa mm. kahdella kakkosharjoitusten toisen tehtävän operaatiovahvistinkytkennällä, jonka siirtofunktioksi johdettiin:

$$T_1(S) = -\frac{C_1}{C_2}\frac{s+\frac{1}{R_1C_1}}{s+\frac{1}{R_2C_2}}$$

Eli kahden peräkkäisen kytkennän siirtofunktioksi saadaan:

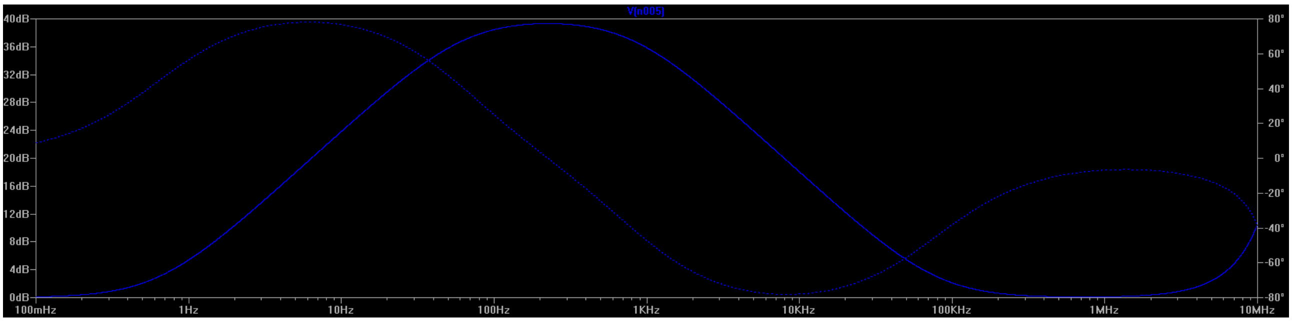
$$T(S) = \frac{C_1}{C_2}\frac{C_3}{C_4}\frac{s+\frac{1}{R_1C_1}}{s+\frac{1}{R_2C_2}}\frac{s+\frac{1}{R_3C_3}}{s+\frac{1}{R_4C_4}}$$

Koska vahvistuskertoimen tulee olla 1, valitaan: $C_1 = C_2 = 100nF$ ja $C_3 = C_4 = 1nF$. Vastusten arvot voidaan laskea:

$$\frac{1}{R_1C_1} = 4 \rightarrow R_1 = \frac{1}{4C_1} = 2.5M\Omega$$

Ja vastaavasti myös toiselle nollakohdalle ja molemmille navoille: $R_2 = 25k\Omega$, $R_3 = 2k\Omega$, $R_4 = 200k\Omega$.

Kuva simuloidusta taajuusvasteesta:



2.

Ideaalimallin mukaan voidaan kirjoittaa:

$$V_+ = V_-$$

Jännitteen jaon avulla voidaan kirjoittaa:

$$V_+ = \frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + R_a} V_i$$

$$V_- = \frac{R_f V_i + R_1 V_o}{R_f + R_1}$$

Yhdistämällä edelliset saadaan:

$$\frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + R_a} V_i = \frac{R_f V_i + R_1 V_o}{R_f + R_1} = \frac{R_f V_i}{R_f + R_1} + \frac{R_1 V_o}{R_f + R_1}$$

$$\left(\frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + R_a} - \frac{R_f}{R_f + R_1} \right) V_i = \frac{R_1 V_o}{R_f + R_1}$$

$$T(s) = \frac{V_o}{V_i} = \left(\frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + R_a} - \frac{R_f}{R_f + R_1} \right) \frac{R_f + R_1}{R_1}$$

$$T(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R_f + R_1}{R_1} \frac{\frac{1}{CR_a}}{\frac{1}{CR_a} + s} - \frac{R_f}{R_1} = \frac{1}{R_1} \left(\frac{\frac{R_f + R_1}{CR_a} - \frac{R_f}{CR_a} - sR_f}{\frac{1}{CR_a} + s} \right) = \frac{1}{R_1} \left(\frac{\frac{R_1}{CR_a} - sR_f}{\frac{1}{CR_a} + s} \right)$$

$$T(s)=\frac{V_o}{V_i}=\frac{R_f}{R_1}\left(\frac{\frac{R_1}{CR_aR_f}-s}{\frac{1}{CR_a}+s}\right)=\frac{R_f}{R_1}\left(\frac{\frac{1}{CR_a\frac{R_f}{R_1}}-s}{\frac{1}{CR_a}+s}\right)=-k\left(\frac{s-\frac{1}{CR_ak}}{s+\frac{1}{CR_a}}\right)$$

Eli taajuudesta riippuva osa on $\frac{S-\frac{1}{CR_a}}{s+\frac{1}{CR_a}}$, eli suotimella on napa ja nolla kohta reaali-akselilla yhtä kaukana origosta, mutta nolla kohta sijaitseekin positiivisessa puoliavaruudessa. Suodin on siis All-pass-suodin, jolla voidaan muokata vaihetta.

Amplitudivasteeksi saadaan:

$$\left|\frac{V_o}{V_i}\right|=|k|\frac{\left|S-\frac{1}{kCR_a}\right|}{\left|s+\frac{1}{CR_a}\right|}\xrightarrow{s\to j\omega}k\sqrt{\frac{\omega^2+\left(\frac{1}{kCR_a}\right)^2}{\omega^2+\left(\frac{1}{CR_a}\right)^2}}$$

Taajuudesta riippuva osa siis supistuu pois.

Vaihevaste on:

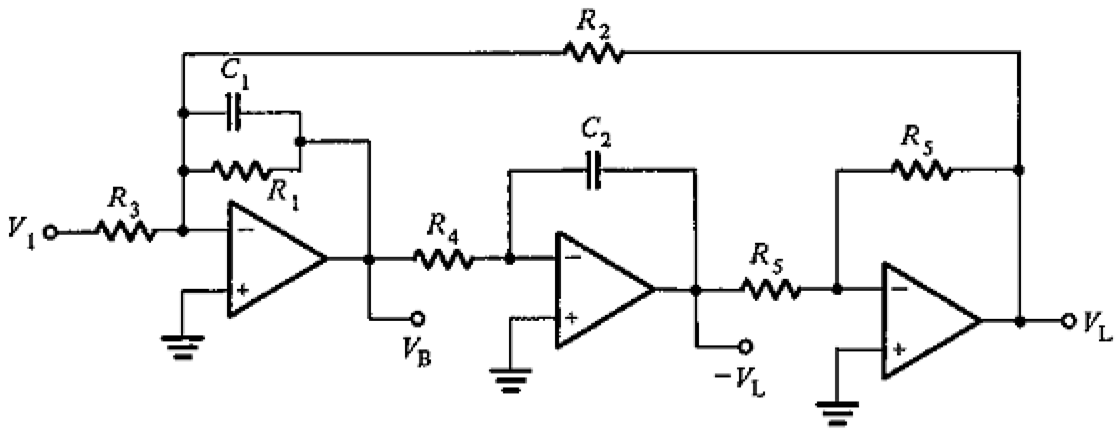
$$Re[T(j\omega)]=Re\left[-k\frac{\left(j\omega-\frac{1}{kCR_a}\right)(-j\omega+\frac{1}{CR_a})}{\left(j\omega+\frac{1}{CR_a}\right)\left(-j\omega+\frac{1}{CR_a}\right)}\right]$$

$$=Re\left[-k\frac{\omega^2-\frac{1}{k}\left(\frac{1}{CR_a}\right)^2+\frac{j\omega(k+1)}{kCR_a}}{\omega^2+\left(\frac{1}{CR_a}\right)^2}\right]=-k\frac{\omega^2-\frac{1}{k}\left(\frac{1}{CR_a}\right)^2}{\omega^2+\left(\frac{1}{CR_a}\right)^2}$$

$$Im[T(j\omega)]=-k\frac{\frac{j\omega(k+1)}{kCR_a}}{\omega^2+\left(\frac{1}{CR_a}\right)^2}$$

$$\varphi=\arctan\left(\frac{\frac{\omega(k+1)}{kCR_a}}{\omega^2-\frac{1}{k}\left(\frac{1}{CR_a}\right)^2}\right)$$

3.



Virrat vastuksen R_3 yli on $I_1 = \frac{V_1}{R_3} = V_1 G_3$, vastuksen R_2yli $I_L = \frac{V_L}{R_2} = V_L G_2$, ja kondensaattorin C_1ja vastuksen R_1 $yli\ yhteens$ä $I_B = (sC_1 + G_1)V_B$. Näistä voidaan kirjoittaan:

$$I_L + I_B + I_1 = 0\ A$$

$$V_L G_2 + V_1 G_3 = -(sC_1 + G_1)V_B$$

$$V_B = -\frac{V_L G_2 + V_1 G_3}{sC_1 + G_1}$$

Seuraavalle operaatiovahvistimelle saadaan kääntävän operaatiovahvistin kytkennän mukaisesti:

$$V_2 = -\frac{G_4}{sC_2} V_B$$

Samoin viimeiselle operaatiovahvistimelle:

$$V_L = -\frac{G_5}{G_5} V_2 = -V_2 = \frac{G_4}{sC_2} V_B$$

Kirjoittamalla $V_L$kokonaan auki saadaan:

$$V_L = -\frac{G_4}{sC_2} \frac{V_L G_2 + V_1 G_3}{sC_1 + G_1}$$

Mistä voidaan ratkaista Kytkennän siirtofunktio Jakamalla yhtälö V_L:llä ja ratkaisemalla $\frac{V_1}{V_L}$:

$$1 = -\frac{G_4}{sC_2} \frac{G_2 + \frac{V_1}{V_L} G_3}{sC_1 + G_1}$$

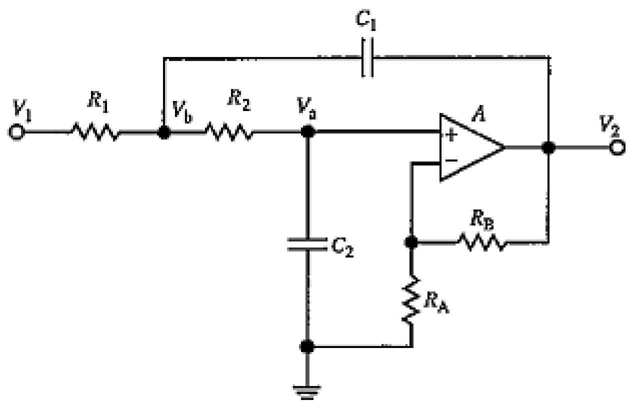
$$\frac{V_1}{V_L} = -\frac{s^2 C_1 C_2 + sC_2 G_1 + G_2 G_4}{G_3 G_4}$$

Siirtofunktio saadaan edellisen käänteisarvosta:

$$T(S) = \frac{V_L}{V_1} = -\frac{G_3G_4}{s^2C_1C_2 + sC_2G_1 + G_2G_4} = \frac{\frac{1}{R_3R_4C_1C_2}}{s^2 + \frac{1}{R_1C_1}s + \frac{1}{R_2R_4C_1C_2}}$$

4.a)

Sallen-key suotimen esittely löytyy kirjankappaleesta 4.5, ja mitoitus tapahtuu seuraamalla kirjan esimerkkiä 4.7. lähtöarvot ovat *Q* = 1, ja f_0 = 20kHz.



Sallen-Key alipäästö suodin

Valitaan ensin $C_1 = C_2 = 1nf = C$, ja vahvistus voidaan laskea kirjan kaavan 4.105 avulla:

$$Q = \frac{1}{3-K} \rightarrow K = 3 - \frac{1}{Q} = 2 = 1 + \frac{R_B}{R_A} \rightarrow R_A = R_B$$

Valitaan $R_1 = R_2 = R = \frac{1}{G}$, ja kirjan kaavasta 4.102 saadaan:

$$\omega_0^2 = \frac{G_1G_2}{C^2} \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \rightarrow R = \frac{1}{2\pi f_0 C} \approx 7.9k\Omega$$

Voidaan valita että myös $R_A = R_B = 7.9k\Omega$.

Kytkennän siirtofunktio on kirjan mukaan:

$$T(s) = \frac{H\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

DC-tapauksessa s=0, jolloin vahvistukseksi jää jäljelle $H = K = 2$.

Taajuus jolloin vahvistus on suurimmillaan kaavasta, [kirjan kuva 4.12]:

$$\omega_{peak} = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \approx 88.85\,k\frac{rad}{s} \rightarrow f_{peak} \approx 14.1kHz$$

Amplitudi tällä taajuudella on siis:

$$\left|T(j\omega_{peak})\right| = \frac{H\omega_0^2}{\sqrt{(-\omega_{peak}^2 + \omega_0^2)^2 + (\frac{\omega_0}{Q}\omega_{peak})^2}} = \frac{H\omega_0^2}{\sqrt{(-\frac{\omega_0^2}{2} + \omega_0^2)^2 + (\frac{\omega_0^2}{\sqrt{2}Q})^2}} = \frac{H\omega_0^2}{\sqrt{\omega_0^4(-\frac{1}{2} + 1)^2 + \frac{\omega_0^4}{2Q^2}}}$$

$$= \frac{H}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2Q^2}}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}} \approx 2.3094$$

Tai vastaavasti kirjan kaavalla (Huom! Kirjan kaavassa on virhe, oikea kaava esitetty alla):

$$H \cdot T_{peak} = \frac{HQ}{\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}} = \frac{H}{\sqrt{1-\frac{1}{4\cdot 1^2}}} = H\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \approx 2.3094$$

b)

Åckerberg-Mossberg ylipäästösuodin on esitelty kirjan kappaleessa 5.1, ja mitoitus voidaan tehdä seuraamalla esimerkkiä 5.1.

Valitaan Q-arvo kirjan kuvan 4.13a:n mukaan. 12 dB vahvistus saadaan kun Q = 3. Ja valitaan $c = 10nF$.

Saadaan vastukseksi:

$$R = \frac{1}{\omega_0 C} \approx 318\Omega$$

Valitaan että apumuuttuja d = 0. Ja korkeilla taajuuksilla suotimen siirtofunktiota voidaan approksimoida:

$$T(s) \underset{s\to\infty}{\longrightarrow} \frac{as^2}{s^2} = 10^{\frac{3}{20}} \approx \sqrt{2} \to a = \sqrt{2}$$

Jotta suodin toimisi 300kHz asti, kirjan mukaan $1 + \mathrm{a} + \mathrm{b} + \mathrm{c} + \mathrm{d} < \frac{3\mathrm{MHz}}{300\mathrm{kHz}}$, varmuuden vuoksi valitaan $1 + \mathrm{a} + \mathrm{b} + \mathrm{c} = 7$. Kirjan kaavasta 5.5 seuraa, että ylipäästöltä edellytetään:$\left(a - b(kQ)\right) = 0 \to b = \frac{a}{kQ}$ ja $(a - ck) = 0 \to c = \frac{a}{k}$. Edellisestä kolmesta yhtälöstä saadaan:

$$1 + \mathrm{a} + \frac{a}{kQ} + \frac{a}{k} = 1 + \mathrm{a}\left(1 + \frac{1}{\mathrm{k}}\left(1 + \frac{1}{\mathrm{Q}}\right)\right) = 7$$

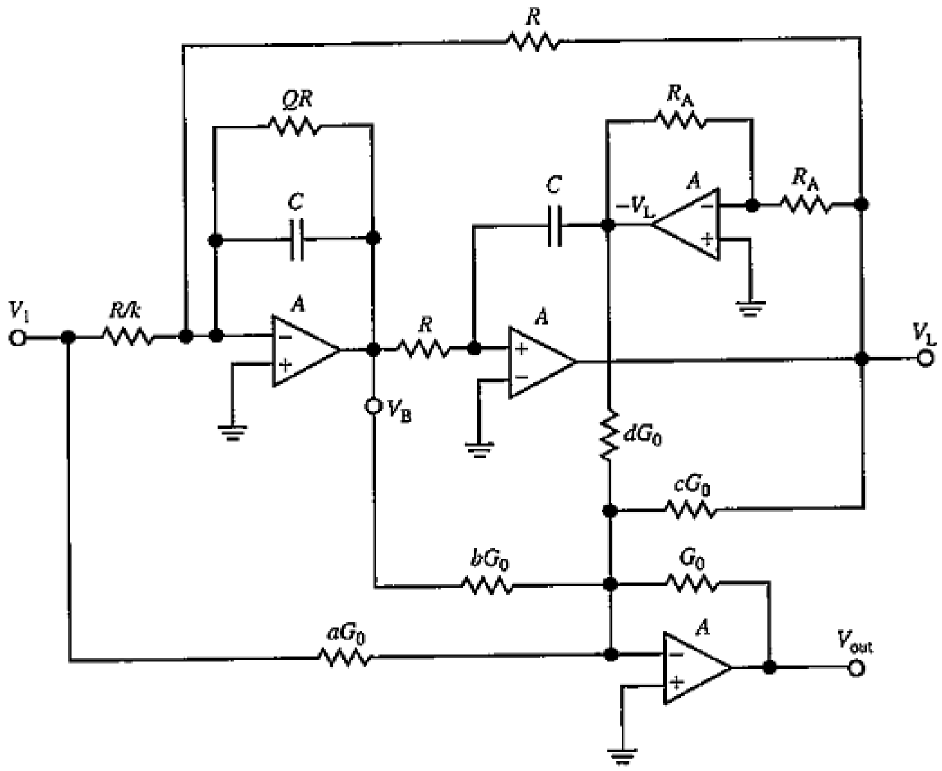
Sijoittamalla Q ja a voidaan ratkaista vahvistus k:

$$1 + \sqrt{2}\left(1 + \frac{1}{\mathrm{k}}\left(1 + \frac{1}{4}\right)\right) = 7 \to 1 + \frac{5}{4}\frac{1}{\mathrm{k}} = \frac{6}{\sqrt{2}} \to \mathrm{k} = \frac{5}{4}\left(\frac{6}{\sqrt{2}} - 1\right)^{-1} \approx 0.3855$$

Lisäksi saadaan $b = 1.15$ ja $c = 3.44$.

Valitsemalla $R_0 = R_A = 10\ k\Omega$, niin tunnetaan kaikki muuttujat, jotta komponenttien arvot voidaan laskea:

$R = 318\ \Omega$, $QR = 955\ \Omega$, $R/k = 775\ \Omega$, $\frac{R_0}{a} = (aG_0)^{-1} = 7.08\ k\Omega$, $(bG_0)^{-1} = 8.72\ k\Omega$, $(cG_0)^{-1} = 2.91\ k\Omega$, $(dG_0)^{-1} = \infty = [avoin\ johdin]$, $C = 10\ nF$.



Komponenttien paikat selviävät kuvasta.

Siirtofunktion amplitudivaste piirrettynä: