

Fysiikan mittausmenetelmät I
syksy 2016
Malliratkaisut 3

1. a) Piiri sisältää vain resistiivisiä komponentteja, joten jännitteenjaon tulos on riippumaton taajuudesta eikä vaihesiirtoa synny.

$$u_o = u_i \times \frac{180 \Omega}{75 \Omega + 180 \Omega} = 8.5 V$$

b) Ulostulo- ja sisäänmenojännitteiden suhde on jännitteenjaon perusteella

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{-\frac{j}{\omega C}}{R - \frac{j}{\omega C}} = \frac{1 - j\omega RC}{(\omega RC)^2 + 1}$$

Imaginaariyksikkö saatiin pois nimittäjästä laaventamalla lauseketta nimittäjän kompleksikonjugaatilla.

Taajuuden mukaan muuttuva jännitevahvistus on

$$A_V(\omega) = \left| \frac{u_o}{u_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

ja ulostulojännitteen vaihe on

$$\varphi(\omega) = \arctan(-\omega RC)$$

Sijoittamalla lukuarvot saadaan

$$u_o \approx 2,22 V \text{ ja } \varphi \approx -79,3^\circ$$

c) Jännitteenjaon perusteella:

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{(\omega L)^2 + j\omega RL}{R^2 + (\omega L)^2}$$

Vahvistus:

$$A_V(\omega) = \left| \frac{u_o}{u_i} \right| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

Vaihe:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{R}{\omega L}\right)$$

Sijoittamalla lukuarvot saadaan

$$u_o \approx 2,77 \text{ V ja } \varphi \approx 76,7^\circ$$

d) Jännitteenjaon perusteella:

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{j\omega L - \frac{j}{\omega C}}{R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}} = \frac{j(\omega^2 LC - 1)}{\omega RC + j(\omega^2 LC - 1)}$$

Vahvistus:

$$A_V(\omega) = \left| \frac{u_o}{u_i} \right| = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

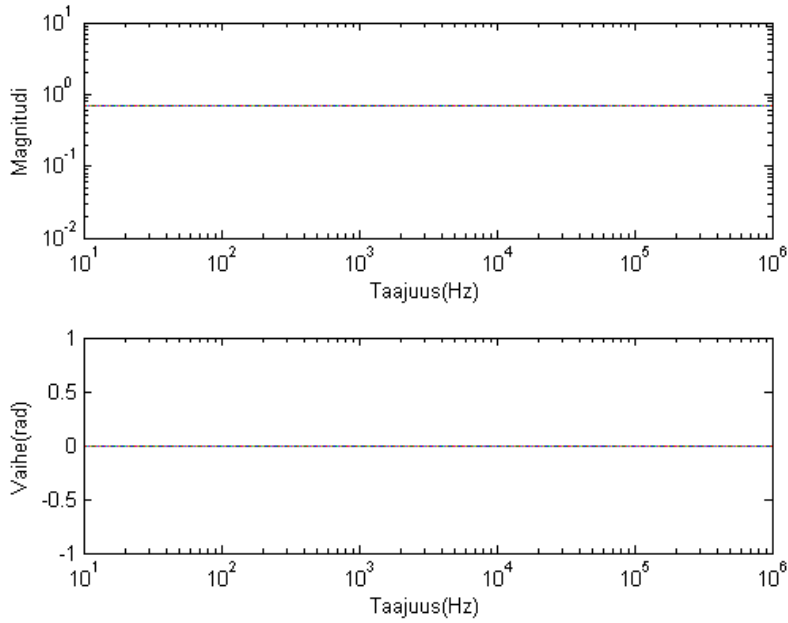
Vaihe:

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right)$$

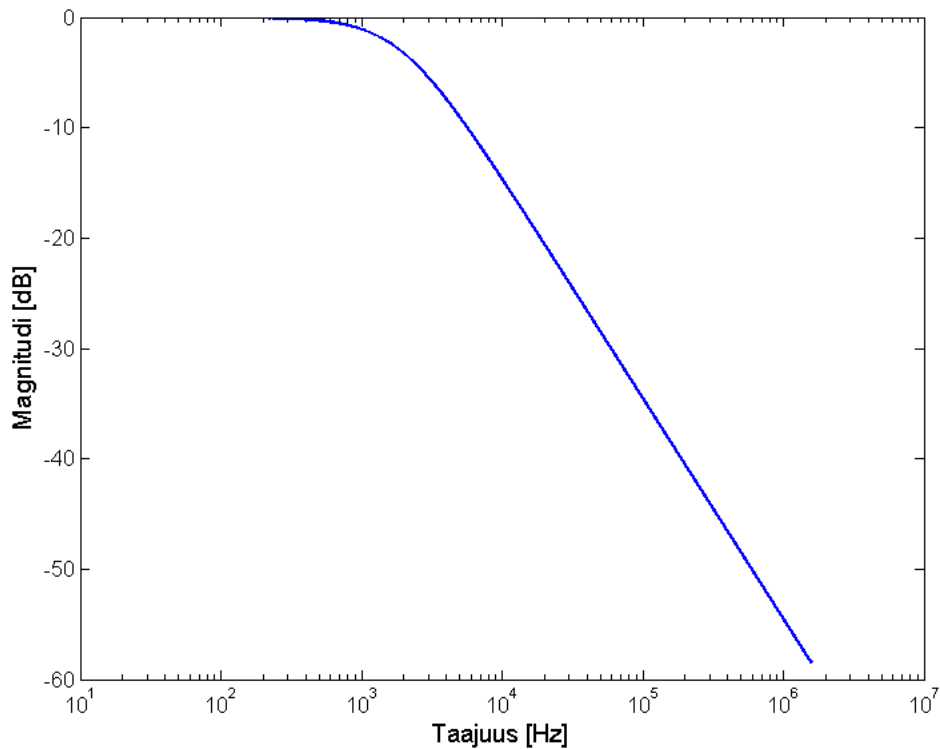
Sijoittamalla lukuarvot saadaan

$$u_o \approx 0,59 \text{ V ja } \varphi \approx 87,2^\circ$$

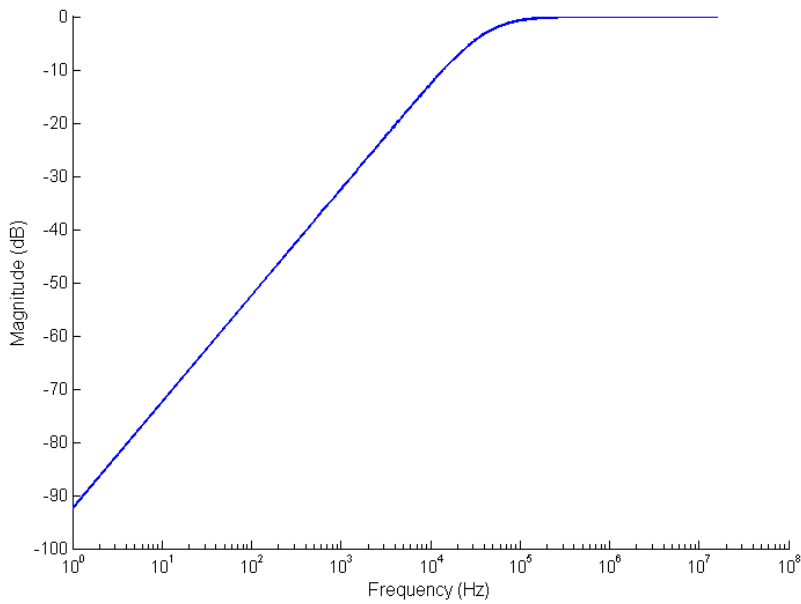
2. a) Kytkentä toimii jännitteenjakona, ja koska ideaalisilla vastuksilla ei ole taajuusriippuvuutta vaihe- ja jännitevaste ovat suoria. Eli kytkennällä ei ole estokaistaa.



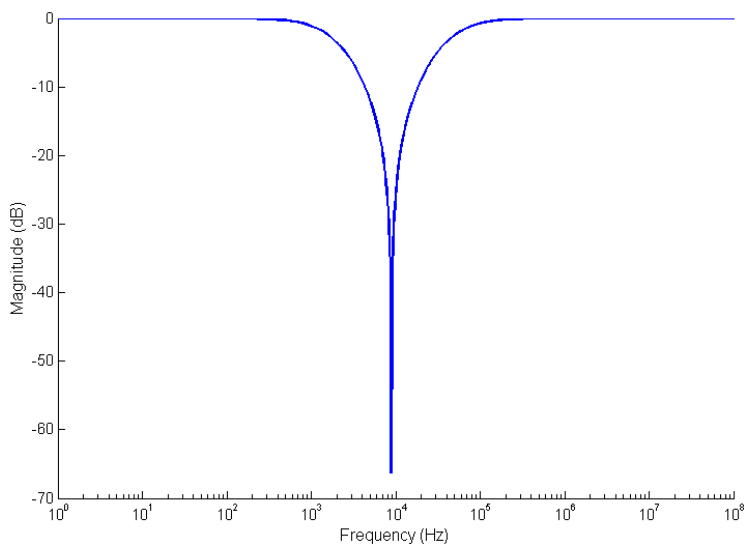
b) Kytkenä on alipäästösuodin, jonka rajataajuus on $\sim 1,88$ kHz. Estokaistan jyrkkyyden voi lukea kuvasta: ~ -20 db/dekadi (voi myös laskea analyttisesti tarkastelemalla amplitudin lauseketta rajalla $f \rightarrow \infty$).



c) Kytkenä on ylipäästösuodin, jonka rajataajuus on $\sim 42,2$ kHz. Estokaistan jyrkkyys: ~ 20 db/dekadi



d) KytKentä on kaistanestosuodin(notch filter), jonka estokaista on välillä ~ 1,8 kHz - 44,1 kHz. Estokaistan jyrkkyys vaihtelee taajuudesta riippuen.



3. a) Kohinan maksimi-arvo on laskettava jännitesignaalin alarajan mukaan. Signaali-kohina suhde jännitesignaaleille määritellään

$$S/N = 20 \cdot \log(V_s/V_n)$$

$$\Rightarrow V_n = V_s / 10^{(S/N)/20}$$

$$= 0,56 \text{ mV.}$$

b) LSB:tä (Least Significant Bit) vastaava jänniteaskel on

$$\frac{\Delta V}{2^8 - 1} = \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{2^8 - 1} \approx 39.2 \text{ mV}$$

Epätarkkuus on siis noin 78,4 mV eli kyseisen A/D-muuntimen käyttö ei ole hyödyksi. Samalla muunnostarkkuudella riittävän pieni epätarkkuus saavutettaisiin kymmenellä bitillä.

4. a) Läpikuulumisella tarkoitetaan epätoivottua signaalin kytkeytymistä kapasitiivisesti, induktiivisesti tai sähkömagneettisesti (säteillen) piirin osien välillä.

b) Johnsonin kohina johtuu varauksenkuljettajien (useimmiten elektronit) lämpöliikkeestä, joka aiheuttaa jännitekohinaa sähköisissä mittalaitteissa. Lämpökohina on ns. valkoista kohinaa, eli sillä on tasainen tehospektri.

Kohinajännitteen tehollinen arvo on:

$V_n = \sqrt{4k_B T R \Delta f}$, missä k_B on Boltzmannin vakio, T lämpötila, R resistanssi ja Δf taajuuskaista. Kohinaa voi siis vähentää kolmea viimeksi mainittua muuttujaa pienentämällä.

Sijoittamalla lukuarvot Johnsonin kohinaksi saadaan noin $V_n = 12,7 \mu\text{V}$

c) Rinnan kytkeytyvän kapasitiivisen häiriön suuruus saadaan laskemalla RC-jännitejaosta tai approksimoidaan suoraan kaavalla:

$$|V| = 2\pi \cdot f \cdot R_s \cdot C \cdot U \approx 0,31 \text{ mV}.$$

Jännitteenjakona

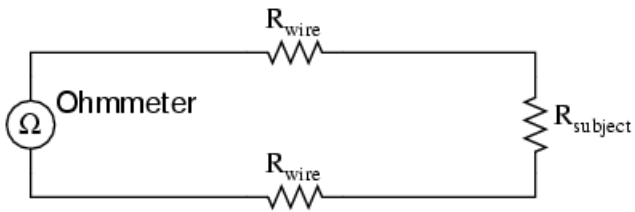
$$u_o = u_i \frac{R}{R - \left(\frac{j}{\omega C}\right)} = \frac{(\omega RC)^2 + j\omega RC}{(\omega RC)^2 + 1}.$$

Josta signaalin amplitudi on itseisarvo

$$|u_o| = |u_i| \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \approx 0,31 \text{ mV}$$

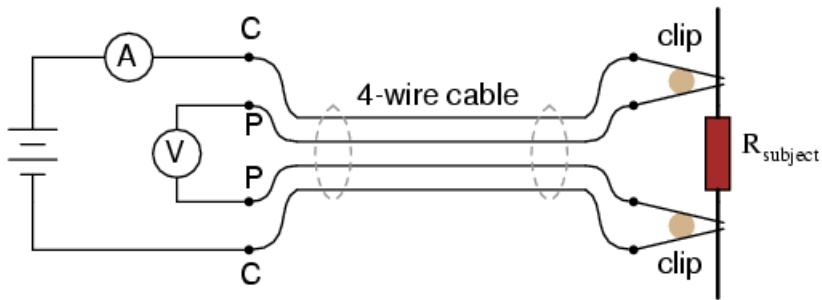
5. Mitattaessa hyvin pieniä vastusarvoja ($\text{m}\Omega$ - tai $\mu\Omega$ -luokkaa) ei normaalia kaksipistemittausta voida käyttää, koska mittarin mittauspäiden oma resistanssi vaikuttaa merkittävästi mittaustuloksiin. Nelipistemittauksella saadaan mittauspäiden oman resistanssin vaikutus mittaustuloksiin poistettua. Nelipistemittauksen periaate on seuraava:

- Mitattava komponentti, mittapäät (C), virtalähde ja -mittari muodostavat virtapiirin jossa kulkee mitattava vakiovirta (jännitemittarilla on suuri sisäänmenoimpedanssi eikä sitä tarvitse huomioida).
- Kahdella mittapäällä (P) mitataan samalla jännite komponentin yli.
- Mittari laskee mitattavan komponentin resistanssin mitattujen virta- ja jännitearvojen avulla.



Ohmmeter indicates $R_{wire} + R_{subject} + R_{wire}$

Kuva 1. Kaksipistemittaus



$$R_{subject} = \frac{\text{Voltmeter indication}}{\text{Ammeter indication}}$$

Kuva 2. Nelipistemittaus.

Mittaustapaa käytetään pienien vastusten mittaamiseen sekä ohuiden metallikalvojen ja puolijohdekomponenttien vastusarvojen mittauksissa komponenttien laadunvalvonnassa.