**Fysiikan mittausmenetelmät I**
**syksy 2016**
**Malliratkaisut 1**

**1.** a) μ kaavassa on oikea keskiarvo jakaumalle josta otos on otettu, jos sen tietää niin käyttää kaavaa i). Jollei sitä tiedä joutuu käyttämään otoksen keskiarvoa $\bar{x}$ ja kaavaa ii).

Nimittäjän $N$-1 kaavassa ii) johtuu siitä että keskiarvon $\bar{x}$ laskeminen datasta vähentää keskihajonnan vapausasteita yhdellä. Eli kun keskihajonnan laskemiseen käytetään $x_n$ toisistaan riippumatonta mittapistettä, vapausasteita on $N$ (eli yhtä monta kuin mittapisteitä) koska kaikki $x_n$ -arvot ovat vapaita muuttumaan toisistaan riippumatta. Jos keskiarvo $\bar{x}$ pitää laskea datasta, keskihajonnan lasku on sidottu ei pelkästään mittapisteisiin, vaan myös laskettuun keskiarvoon, eli vapausasteet ovat vähentyneet yhdellä, eli niitä on $N$-1. Maalaiskielellä voisi sanoa että keskiarvon $\bar{x}$ laskeminen datasta poistaa yhtä paljon tietoa järjestelmän jakaumasta kuin yhden mittapisteen puuttuminen, jolloin sitä kompensoidaan näin. $N$-1 korjaus on nimeltään Besselin korjaus.

i) $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum(x_n - \mu)^2}$$ ii) $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum(x_n - \bar{x})^2}$$

b) Kaavalla i) ja asetuksella μ = 0 saa σ = 0.6476. Laskemalla $\bar{x}$ = 0.2159 ja käyttämällä kaavaa ii) saa s = 0.6436. Luvut ovat näinkin pienellä otoksella melko lähellä toisiaan.

**2.** Määrä heittoja, jotka antavat kuutosen tulokseksi on binomijakautunut, n = 300, p = 1/6. Odotusarvo μ = np = 50, eli poikkeama odotusarvosta on 10. Binomijakaumalle hajonta σ = √(np(1-p)) = 6.45, joten 2σ = 12.9. Poikkeama siis ei ole 95% todennäköisyysvälin ulkopuolella, joten kyseinen tulos ei itsessään anna positiivista todistetta nopan virheellisyydestä.

**3.** a) Jännitevahvistus desibeleissä: $G_{dB} = 20 \log_{10}(A_o/A_I)$
3 dB:lle saadaan $3 = 20 \log_{10}(A_o/A_I) \rightarrow A_o/A_I = 10\text{^}(3/20) = 1.4123$.
Ulostulojännite on 50 mV × 1.4123 = 70.63 mV.
Samalla tavalla saadaan n. 100 mV 6 dB:lle, 158 mV 10 dB:lle ja 500 mV 20 dB:lle
b) Tehon suhteellinen muutos:

$$G_{dB} = 10\log\left(\frac{P_o}{P_I}\right) = 10\log\left(\frac{\left(\frac{2U}{R}\right)^2}{\left(\frac{U}{R}\right)^2}\right) = 10\log(2^2) = 20\log(2) \approx 6.02 \text{ (dB)}$$

Eli jännitteen kaksinkertaistaminen nelinkertaistaa tehon olettaen, että kuorma säilyy muuttumattomana.

c) Jännitteelle $G_{dB} = 20 \log_{10}(A_o/A_I)$. Suora sijoitus $A_o/A_I$:aan antaa vahvistukseksi n. -20 dB, -26 dB, -34 dB ja -40 dB eli vaimennukset ovat 20 dB, 26 dB, 34 dB ja 40 dB.

**4.** a) Esim. lämpökylvyn lämpötilan mittaus termoparilla kun ympäristössä on paljon sähköistä kohinaa.
b) Yllä oleva mittaus ilman ympäristön kohinaa mutta siten, että mittapää on jossain muualla kuin lämpökylvyssä (esim. säiliön reunassa kiinni).

**5.** a) Useimmat satunnaisvirheet ja luonnolliset muuttujat (esim. suomalaisten aikuisten miesten pituusjakauma), seurausta keskeisestä raja-arvolauseesta.
b) Kaikki tilanteet joissa on $n$ identtistä tapahtumaa joilla kaikilla on todennäköisyys $p$ antaa tulos josta ollaan kiinnostuneita, esim. kruunujen määrä lanttia heittäessä tai määrä yksiköitä tiettyä tuotetta jotka läpäisevät laadunvalvonnan. Tapahtumien täytyy olla toisistaan riippumattomia.
c) Raja-arvo b):lle kun $n$ menee kohti ääretöntä ja $p$ kohti nollaa, esim. lukumäärä uraani-238-ytimiä jotka hajoavat päivässä, tai määrä autoja jotka ohittavat valitun kontrollipisteen maantiellä tunnin aikana.
d) Poisson-prosessin insidenssien välinen aika. Esimerkiksi aika, joka kuluu mittauksen aloittamisesta radioaktiivisen hiukkasen hajoamiseen. Ei muistiominaisuutta.